

1. Дайте определение точечного электрического заряда

Точечный электрич. заряд - заряд, размерами носителя которого по сравнению с расстоянием на кот. происходит электростатич. взаимодействие, можно пренебречь

2. Фундаментальные свойства электрич. заряда. Закон сохранения заряда.

Фундаментальные свойства:

1) Существует 2 вида зарядов - положит. и отрицательные. Носителем положит. заряда является протон, отрицат. - электрон. Заряды электр. и протона по абсолютной величине равны и составл. элементарный (наименьш. возможный) электрич. заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

2) Инвариантность электр. заряда - его величина не зависит от выбора сист. отсчета и от скорости движения частицы (релятивистская инвариант.)

3) Дискретность - заряд Q тела составляет целое кратное от элементарного электр. заряда (иначе это свойство называется "квантуемостью")

4) Аддитивность - электрический заряд системы представл. собой алгебраическую сумму зарядов тел, входящих в систему

5) Закон сохранения электрич. заряда: суммарный заряд, находящийся на изол. системе тел, остается неизменным.

В интегральной форме
$$\frac{dQ}{dt} + \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0,$$

где $\vec{j}$ - плотность тока
(изменение заряда в объеме равно полному току через поверхность)

В дифференциальной форме (уравнение непрерывности)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \text{ где } \rho - \text{объемная плотность заряда}$$

3. Сформулируйте закон Кулона.

Для неподвижных точечных зарядов в вакууме взаимно действуют с силой, прямо пропорциональной величине зарядов (q_1 и q_2) и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

Эта сила направлена по прямой, соединяющей заряды, и является силой притяжения для разноименных зарядов и силой отталкивания для одноименных.

k - коэффициент пропорциональности. В СИ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Фм}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)$ - электростат. постоянная.

4. Дайте определение напряженности электростат. поля.

Напряженность электростат. поля - векторная величина, равная отношению силы, действующей на неподвижный пробный заряд, к величине этого заряда. (пробный заряд - заряд настолько малый, что его введение не приводит к изменению электростат. поля)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Напряженность поля точечного заряда $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\vec{r}}{r^3}$

5. Сформулируйте принцип суперпозиции электростат. полей.

Напряженность электростат. поля, создаваемого в N точках пространства системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых

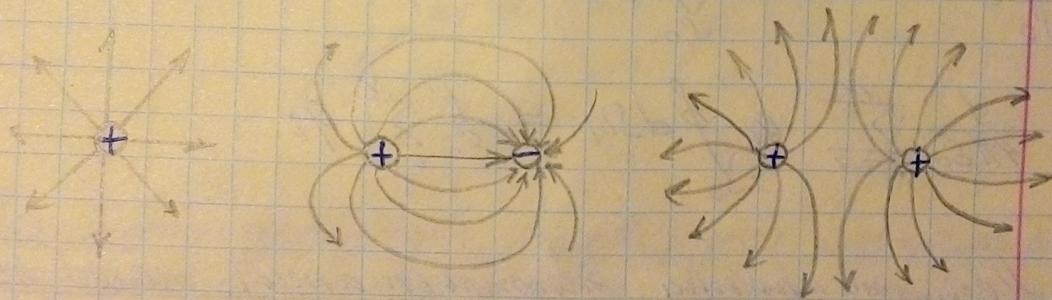
различными зарядами по отдельности (в отсут-
ствии всех остальных).

6. Что показывают силовые линии электростат. поля

Силовые линии электростат. поля - линии, касательные к которым в каждой точке пространства совпадают по направлению с вектором напряженности поля в этой точке. Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных. В пространстве, свободном от электростат. зарядов, силовые линии идут туда, где поле сильнее, и ретят там, где слабее. (по густоте силовых линий можно судить о величине напряженности электростат. поля)

Эксперимент - на стеклянную пластинку наклеиваются электроды, при которых создается электростат. напряжение. Затем на нее накладывают, слегка постукивая, предельно тонкие частицы (например, крист. мела)

Рисунки:



7. Дайте определение потока напряженности электрич. поля.

Количество силовых линий электростат. поля, пронизывающих некоторую поверхность S , с учетом направления (линии, пронизывающие поверхность в обратном направлении, считаются со знаком «минус», за положительное направление принимается направление вектора нормали к поверхности), называется потоком вектора напря-

тенимости через поверхность S . Он вычисляется по формуле $\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S}$, где $d\vec{S} = \vec{n} dS$.

8. Сформулируйте электростатическую т. Гаусса!

В электростатике поле поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на электростатическую постоянную ϵ_0 .

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i \quad - \text{ в интегральной форме}$$

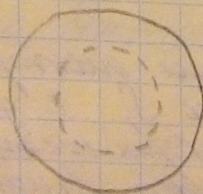
в дифференциальной форме: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$
где ρ - объемная плотность заряда в точке

вывод (не знаю, надо или нет):

$$\begin{aligned} \oint_{S_0} \sum_{i=1}^N \vec{E}_i d\vec{S} &= \oint_{S_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \vec{r}_i d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \oint_{S_0} \frac{\vec{r}_i d\vec{S}}{r_i^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \oint_{S_0} d\Omega_i = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \end{aligned}$$

9. Напряженности электростат. поля равнозарядной заряженной сферы и бесконечной плоскости

1) сфера
радиуса R
зарядом Q

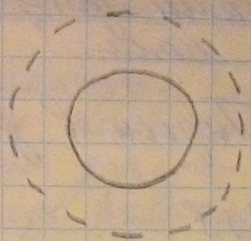


а) $r < R$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i = 0$$

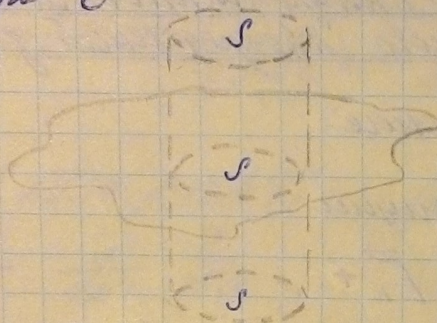
$\downarrow$
 $E = 0$

по 8) $r \geq R$



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2(\epsilon)}$$

2) Бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда σ



В силу симметрии заряды все векторы напряженности поля перпендикулярны плоскости

поток через боковую пов-ть цилиндра = 0.

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2E \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0(\epsilon)}$$

10. Запишите граничные условия для нормальной и тангенциальной составляющих напряженности электрического поля.

$$E_{n2} - E_{n1} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$$

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$$

для двух диэлектриков: σ - поверхностная плотность заряда на границе раздела.

для диэлектрика и проводника:

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$$

$$E_\tau = 0$$

Нормаль $\vec{n}$ проводится извне внутрь среды в перпендикуляр.

11. Как связана с зарядом дивергенция вектора напряженности электрич. поля

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{т. Гаусса в дифференц. форме})$$

$$\text{Вывод: } \operatorname{div} \vec{E} \stackrel{\text{опр.}}{=} \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{Q}{\epsilon_0 V} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

12. Запишите формулы для напряженности электрич. поля дискретного и непрерывного распределений заряда

1) дискретное распределение

По принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i \Delta \vec{r}_i}{|\vec{r}_i|^3}, \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i \Delta \vec{r}_i}{|\vec{r}_i|^3}$$

$$\text{где } \Delta \vec{r}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$$

2) непрерывное распределение

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

где V - область пространства с ненулевой плотностью заряда, $\vec{r}$ - радиус-вектор точки, для кот. считаем $\vec{E}$, $\vec{r}'$ - радиус-вектор источника, пробегающ. все точки области V при интегрировании.

13. Как определяется потенциал электростат. поля

Потенциал электростат. поля в точке М — это работа, которую совершает поле при перемещении единичного положительного заряда из любой точки в точку О, где допустимое считать потенциал равным 0.

$$\varphi = \int_M \vec{E} d\vec{r}$$

Электростатическое поле потенциально:

$$\text{rot } \vec{E} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{E} d\vec{l}}{\Delta S}$$

$$\text{rot}(\alpha \vec{a}) = \alpha \text{rot } \vec{a} + [\text{grad } \alpha \times \vec{a}]$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

$$\text{rot} \left(\frac{1}{r^3} \cdot \vec{r} \right) = \frac{1}{r^3} \overset{0}{\text{rot } \vec{r}} + [\text{grad } \frac{1}{r^3} \times \vec{r}] = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

(см. серию задач "формулы векторного анализа")

Условие потенциальности электростат. поля

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

— интегральная форма

$$\Leftrightarrow \text{rot } \vec{E} = 0$$

— дифференциальная форма

Значение интеграла не зависит от выбора пути. За нуль обычно принимают потенциал бесконечно удаленной точки.

14. Запишите формулы для потенциала электростат. поля дискретного и непрерывного распределения зарядов

а) Дискретное распределение

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \quad (\text{по принципу суперпозиции})$$

$$\varphi = \int_M (\vec{E} d\vec{r}) = \sum_i \int_M (\vec{E}_i d\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

б) непрерывное распределение

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

15. Запишите формулы, связывающие скалярную функцию потенциала и напряженность электрич. поля.

$$\text{rot } \vec{a}, \quad \vec{a} = \{P, Q, R\}$$

$$\text{rot } \vec{a} = (R'_y - Q'_z) \vec{i} + (P'_z - R'_x) \vec{j} + (Q'_x - P'_y) \vec{k}$$

$$\text{grad } \varphi = \{\varphi'_x, \varphi'_y, \varphi'_z\}$$

$$\text{rot grad } \varphi = (\varphi''_{zy} - \varphi''_{yz}) \vec{i} + (\varphi''_{xz} - \varphi''_{zx}) \vec{j} + (\varphi''_{yx} - \varphi''_{xy}) \vec{k} = 0$$

почему " - " - ?

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

16. Приведите примеры эквипотенциальных поверхностей.

Эквипотенциальными поверхностями называют поверхности равного потенциала.

Так как компонента вектора $\text{grad } \varphi$, касательная к эквипотенциальной поверхности, всегда равна нулю, силовые линии поля в каждой точке направлены по нормали к соответствующей эквипотенциальной поверхности.

Пример:

- 1) в случае точечного заряда - поверхности концентрических сфер с центром в точке расположения заряда
- 2) в случае однородного поля - плоскости

17. Что такое электрический диполь. чему равны потенциал и напряженность поля электрического диполя.

Электрический диполь - 2 равных по величине разноименных точечных заряда, расположенных на расстоянии $2l$ друг от друга, малым по сравнению с расстоянием до рассматриваемой точки поля.

$$\varphi(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_- - r_+}{r_- r_+},$$

$$\text{где } r_+ = \sqrt{r^2 - 2(\vec{r}, \vec{r}_0) + \frac{l^2}{4}}$$

$$r_- = \sqrt{r^2 + 2(\vec{r}, \vec{r}_0) + \frac{l^2}{4}}$$

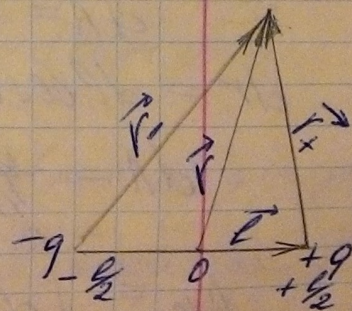
$$\text{т.к. } r \gg l, \text{ то } r_+ \approx r - \frac{(\vec{r}, \vec{l})}{2r} \quad r_- \approx r + \frac{(\vec{r}, \vec{l})}{2r}$$

$$\varphi(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\vec{r}, \vec{l})}{r^3} = \frac{(\vec{p}, \vec{r})}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$(\vec{p} = q\vec{l}$ - дипольный момент
 $\vec{l}$ проведён от " - " к " + "

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^3} \text{grad}(\vec{p}, \vec{r}) - \right.$$

$$\left. - 3 \frac{(\vec{p}, \vec{r}) \vec{r}}{r^5} \right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\vec{p}}{r^3} - 3 \frac{(\vec{p}, \vec{r}) \vec{r}}{r^5} \right) =$$



$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p}, \vec{r})\vec{r} - \vec{p}}{r^3}, \quad \text{где } \vec{p} = \frac{\vec{E}}{r}$$

18 Дайте определение электрического дипольного момента нейтральной системы зарядов

$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$, где q_i - заряды, $\vec{r}_i$ - их радиус-векторы

$$\vec{p} = \int_V \rho \vec{r} dV$$

Для электр. нейтральной системы величина этой суммы не зависит от выбора начала координат.

19 Почему равна циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательства для систем точечных зарядов.

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Док-во: В поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещаемся другой точечный заряд q' . Сила, примененная к этому заряду, совершает работу

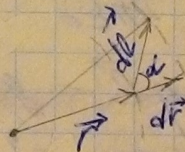
$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl \cos \alpha$$

$$dr = dl \cos \alpha$$

$$dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

не зависит от траектории перемещения



$\Rightarrow$ работа по замкнутому контуру $= 0$.

20. Чему равен ротор вектора напряженности электростатического поля. Приведите доказательство для системы точечных зарядов.

Теорема Стокса: циркуляция вектора $\vec{E}$ по произвольному контуру Γ равна потоку вектора $\text{rot } \vec{E}$ через произвольную поверхность S , ограниченную данным контуром.

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = 0 = \int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} \Rightarrow \text{rot } \vec{E} = 0.$$

21. Запишите уравнения Пуассона и Лапласа для потенциала электростатического поля.

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\frac{\vec{D}}{\epsilon \epsilon_0}$$

$\text{div } \vec{D} = \rho$ — дифференц. форма т. Гаусса

$$\Delta \varphi = \text{div grad } \varphi = -\frac{\text{div } \vec{D}}{\epsilon \epsilon_0} = -\frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}, \quad \text{где } \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} -$$

оператор Лапласа

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \quad \text{— уравнение Пуассона (если есть свободные заряды)}$$

$$\Delta \varphi = 0 \quad \text{— уравнение Лапласа (нет св. зарядов)}$$

22. Свободные и связанные заряды в веществе.

В случае наличия в электростатическом поле диэлектриков следует различать 2 вида эл. зарядов — свободные и связанные.

Свободные заряды - заряды, под действием электрического поля могут перемещаться на макроскопические, а также заряды, нанесенные слое на поверхности диэлектриков и нарушающие их нейтральность.

Связанные заряды - заряды внутри диэлектрика, существующие лишь на микроуровне. Например, что приводит к появлению на поверхности диэлектрика связанных зарядов. Они уменьшают напряженность электрического поля внутри диэлектрика по сравнению с вакуумом.

23. Чему равна напряженность и потенциал электрического поля, а также плотность свободных зарядов внутри однородного проводника. Приведите доказательства утверждений.

$$\vec{E} = 0$$

Обоснование: если в какой-либо точке внутри проводника напряженность электр. поля отлична от нуля, под действием этого поля в проводнике возникает движение свободных зарядов - ток. Ток течет до тех пор, пока поле зарядов, перераспредевшихся по поверхности проводника, не скомпенсирует внешнее поле, то есть поле внутри проводника станет $= 0$.

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \text{const.}$$

$Q = \oint \vec{E} d\vec{S} = 0$, т.к. $\vec{E} = 0 \Rightarrow$ зарядов внутри проводника нет. Они расположены на его поверхности.

24. Какова связь напряженности электр. поля у поверхности однородного проводника с поверхностной плотностью свободных зарядов.

Непосредственно у поверхности проводника напряженность поля должна быть направл. перпендикулярно поверхности, иначе по поверхности бы тек ток.

Значит, $\vec{E} = \vec{E}_n$.

Из условия на границе 2-х сред (см. Вопрос № 10)

$$E = E_n = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}.$$

2-ой способ (через т. Гаусса)

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}.$$

т.к. $\vec{E}$ перпенд. к поверхности. $\oint \vec{E} d\vec{S} = E \Delta S$

$$E \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}.$$

25. Плоский конденсатор и его емкость.

Два проводящих тела, удаленные от других тел и расположенные настолько близко друг к другу, что все линии поля, начинающиеся на одном из них, заканчиваются на другом, образуют идеальный конденсатор. Образующие конденсатор тела называют его обкладками. Суммарный заряд обеих обкладок равен Q , а внешнее поле пренебрежимо мало.

Разность потенциалов обкладок пропорциональна заряду каждой из них: $U = \frac{Q}{C}.$

Пояснение. C — емкость конденсатора (определяется формой и расположением проводников, составом конденсатора, и свойствами среды между ними)

Плоский конденсатор — конденсатор, состоящий из 2-х одинаковых плоских пластин площадью S , разделенных диэлектриком. Расстояние d между пластинами $d \ll$ линейного размера пластины.

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} d = \frac{Q}{S \epsilon \epsilon_0} d \Rightarrow C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}.$$

26. Как рассчитать емкость батареи конденсаторов.

1) Параллельное соединение

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots}{U} = \frac{Q_1}{U_1} + \frac{Q_2}{U_2} + \dots =$$
$$= C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots}$$

2) Последовательное соединение

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$Q = Q_1 = Q_2 = \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{Q} = \frac{U_1 + U_2 + U_3 + \dots}{Q} = \frac{U_1}{Q_1} + \frac{U_2}{Q_2} + \dots =$$

$$= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

27. Дайте определение вектора электрич. поля

Вектор поляризации - комплексная характеристика поляризации диэлектрика - произведение диэлектрической проницаемости ϵ на вектор напряженности электрического поля. Он равен дипольному моменту единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{P}_i}{\Delta V}$$

28. Что такое электрическая индукция поля

В не очень сильном электр. поле для большинства материалов сред. вектор поляризации пропорционален напряженности поля $\vec{E}$ (такие среды называют линейными)

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

(χ - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика)

В теории электричества вводят вектор индукции электр. поле

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

$\epsilon = 1 + \chi$ - диэлектрич. проницаемость вакуума.

29. Сформулируйте т. Гаусса для электрич индукции в интегр. и дифференц. формах.

В электростатич. поле поток вектора индукции через S замкнутую поверхность равен сумме свободных зарядов, заключенных внутри этой пов-ти.

интегр. форма $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$

дифференц. форма $\text{div } \vec{D} = \rho$, ρ - объемн. плотн. заряда.

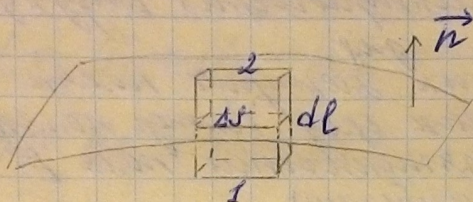
30. Запишите граничные условия для вектора индукции электр. поля. Вспомогательные условия?

$$D_{n2} - D_{n1} = \sigma$$

$$D_{\tau 1} = D_{\tau 2}$$

Доказательство:

рассмотрим произвольную заряженную пов-ть S
произвольно выберем направление внешней нормали



Видеяши около рассматриваемой точки заряженной
поверхности проведем призму с основанием ΔS ,
перпендик. поверхности. Пусть она пересекает эту
пов-ть элемент ΔS столь малым, что его можно
считать плоским и равномерно заряженным.

По т. Гаусса $\oint \vec{D} \cdot \vec{S} = \epsilon \Delta S$

$\oint \vec{D} \cdot \vec{S} = \Delta S \vec{D} \cdot \vec{n} = \Delta S (D_{2n} - D_{1n}) + N$, где D_{2n} , D_{1n} —
проекц. векторов $\vec{D}$ у соответств. оснований призмы
на нормаль $\vec{n}$, N — поток вектора $\vec{E}$ через
боковую поверхность.

$$\Delta S (D_{2n} - D_{1n}) + N = \epsilon \Delta S$$

Будем устремлять высоту призмы к нулю, тогда
 $N \rightarrow 0$, $D_{2n} - D_{1n} = \epsilon$

На границе 2-х диэлектриков при наличии
внешнего поля возникают связанные заряды

1 +
1 -
1 +
1 -
1 +

Дополнительное поле, создаваемое этими заряда-

мн, перпендик. поверхности (имеет бы по ней проекция)
ток) $\Rightarrow P_{1\tau} = P_{2\tau}$

31. Материальные уравнения для электростат. поля диэлектрические восприимчивость и проницаемость

В не очень сильн. электр. полях для большинства
материальных сред $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$

χ - диэлектр. восприимчив.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} =$$

$$= \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

ϵ - диэлектр. проницаемость

Материальное ур-е $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$

32. Взаимная энергия системы точечных зарядов, собственная энергия заряда

Взаимная энергия системы точечных зарядов - работа
Кулоновских сил по удалению зарядов друг от друга
на бесконечность $A = \varphi \cdot q$

$$W = \frac{1}{2} \sum_k \sum_i \frac{q_i q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{ik}} = \frac{1}{2} \sum_i \varphi_i q_i$$

($\frac{1}{2}$, т.к. каждая работа учитывалась 2 раза
для каждой пары зарядов)

Собственная энергия заряда - это энергия взаимно-
действия различных внутренних элементов заряда друг
с другом. Собств. энергия точечного заряда бесконечна.
Энергия в-я дискретных зарядов - это полная
энергия как за вычетом собственной энергии зарядов.

33. Энергия непрерывно распределенных зарядов (формула)

Заряды непрерывно распределены в некоторой

объеме с плотностью $\rho(\vec{r})$

$$W = \frac{1}{2} \int_V \rho(\vec{r}) \cdot \varphi(\vec{r}) dV$$

— || — по поверхности с плотностью $\sigma(\vec{r})$

$$W = \frac{1}{2} \int_S \sigma(\vec{r}) \varphi(\vec{r}) dS$$

34. Запишите формулы для энергии электростатического поля и ее объемной плотности

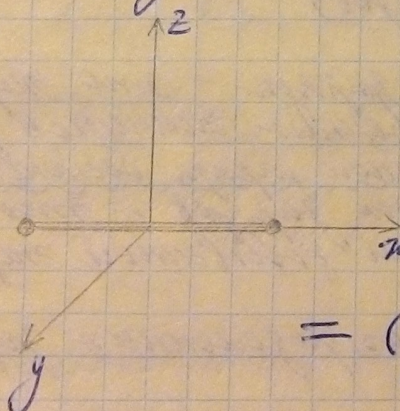
Энергия произвольной системы заряженных тел также может быть интерпретирована как энергия создаваемого ими электрич. поля

Плотность энергии ?

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \rho \cdot \varphi = \frac{1}{2} (\vec{E}, \vec{D}) = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2$$

Энергия $W = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \vec{D} dV = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N Q_i \varphi_i$

35. Какая равна сила и момент сил, действующих на точечный диполь в электрич. поле?



$$F = qE$$

Проекция силы на ось x

$$F_x = q(E_x(\frac{l}{2}, 0, 0) - E_x(-\frac{l}{2}, 0, 0))$$

$$F_x = q \frac{\partial E_x}{\partial x} \cdot l = q(\vec{l} \cdot \vec{\nabla}) E_x = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) E_x, \quad \vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

Аналогично $F_y = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) E_y$
 $F_z = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) E_z$

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$$

$$M = [\vec{r} \times \vec{F}] = [\vec{r} \times q\vec{E}] = [q\vec{r} \times \vec{E}] = [q\vec{r} \times \vec{E}]$$

36. Дайте определение силы электрического тока и плотности тока. Какое связь между ними.

Плотность тока - заряд, проходящий в единицу времени через элемент поверхности единичной площади

$\vec{j} = e(n^+ \vec{v}^+ - n^- \vec{v}^-)$ где n^+ и n^- - концентрации положительных и отрицательных зарядов, $\vec{v}^+$ и $\vec{v}^-$ - скорости их упорядоченного движения

Сила тока - заряд, проходящий в единицу времени через поперечное сечение проводника.

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S} = \frac{dq}{dt}$$

37. Запишите уравнение непрерывности в интегральной и дифференциальной формах.

$\oint \vec{j} \cdot d\vec{S}$ - количество заряда, уходящего в единицу времени через поверхность S наружу

$\frac{dq}{dt}$ - изменение количества заряда, заключенного внутри замкнутой поверхности S , за единицу времени. Согласно закону сохр. заряда

$$-\frac{dq}{dt} = \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad \text{— интегральная форма}$$

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div } \vec{j} \quad \text{— дифференциальная форма}$$

$$(\operatorname{div} \vec{j} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{j} d\vec{S}}{\Delta V})$$

38. Условие стационарности тока. Закон Ома для участка цепи в его дифференциальной форме

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = - \frac{dq}{dt}$$

В случае стационарного (постоянного) тока распределение зарядов не меняется во времени $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{dq}{dt} = 0$

Условие стационарности: $\oint \vec{j} d\vec{S} = 0$

Если концентрация носителей заряда не зависит от напряженности поля, то справедлив закон Ома:

$$j = \frac{U}{R}$$

в дифференциальной форме:

$$jR = U = \int_1^2 E dr$$

$$R = \frac{l}{S}$$

$$j \frac{l}{S} = \int_1^2 E dr = E \int_1^2 dr = El$$

$\vec{j} = \lambda \vec{E}$, где λ — удельная проводимость среды.

39. Сопротивление и удельное сопротивление проводника. Проводимость γ и удельная проводимость проводника.

Эксп. сопротивление — физ. величина, характеризующая св-ва проводника препятствовать прохождению эл. тока и равная отношению напря-

меня на концах проводника к силе тока, протекающего по нему.

Удельное сопротивление в СИ - сопротивление среднего участка проводника 1 м и площадью поперечного сечения 1 м^2 . Это физическая величина, характеризующая зависимость сопротивления от природы носителей заряда

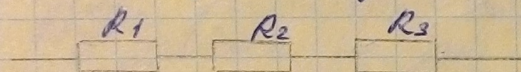
$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

Линейная проводимость - величина, обратная сопротивлению проводника.

Удельная проводимость $\lambda = \frac{1}{\rho}$.

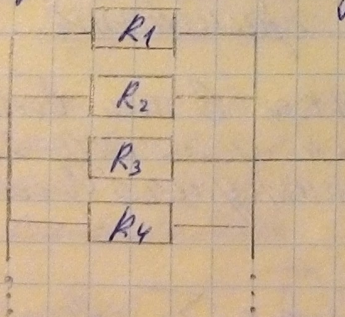
40. Как рассчитать сопротивление батареи проводников? (формулы, рисунки)

1) Последовательное соединение



$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} = \frac{\rho(l_1 + l_2 + l_3 + \dots)}{S} = \frac{\rho l_1}{S} + \frac{\rho l_2}{S} + \frac{\rho l_3}{S} + \dots = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

2) Параллельное соединение



$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{S}{\rho \cdot l} = \frac{S_1 + S_2 + \dots}{\rho \cdot l} = \\ &= \frac{S_1}{\rho l} + \frac{S_2}{\rho l} + \frac{S_3}{\rho l} + \dots = \\ &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \end{aligned}$$

41. Закон Джоуля - Ленца и его дифференц. форма

Работа электр. сил, совершаемая при переносе заряда в проводнике от сечения 1 к сечению 2.

$$A = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = I dt \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = I U dt$$

Согласно закону сохр. энергии в виде тепла выделяется I энергия

$$W = I U dt$$

Тепл-во тепло. в единицу времени

$$Q = I U = \frac{U^2}{R} \quad U = I \cdot R$$

$$Q = I U = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

В дифференц. форме:

Кол-во тепла, выделяемое в единицу времени в един. объеме

$$q = \frac{dQ}{dV} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \lambda E^2$$

42. Сформулируйте правила Кирхгофа. Убедитесь экспериментально, что они применимы.

Правила цепи, где соединены 3 или более проводников узлами. Узел - цепь из 2-х или более проводников. В замкнутом участке цепи контур.

1-ое правило: алгебраическая $\sum$ всех токов, текущих в узел, $= 0$.

2-ое правило: для V контура сумма падений

напряж. на его элементе равно сумме ЭДС, действующих в этом контуре.

Замечание:

1) первое правило достаточно применить для $N-1$ узлов (1 узел можно выбрать)

2) при составлении уравнений следует выбирать независимые контуры (1 -ый контур выбираем произвольно, начиная с 1 и его ветвей, которая не должна входить в последующие контуры, и т.д. до тех пор, пока в цепи будет $N-1$ контуров (или $N-1$ уравнений для узлов, эта система даст значения токов, скажем в цепи неизвестных токов).

3) Направление тока для каждой ветви определяется произвольно и в процессе решения задачи не меняется.

При составлении уравн. для узлов токи, направл. к узлу, учитываются с $+$, от узла — с $-$.
В уравнениях для контуров падение напряж. на элементе учитывается с $+$ если направление контура совпадает с направл. тока в ветви, иначе — с $-$. ЭДС источника считаем положительн., если источник проходит от $-$ к $+$.

43. Закон сохранения энергии для цепей постоянного тока, содержащих ЭДС.

Стационар. токи могут протекать только при наличии сторонних сил (не кулоновского происхождения), действующих на заряды частиц.

Мы считаем наличие сторонних сил ($\vec{E}_c$)

Закон Ома:
$$\vec{j} = \lambda (\vec{E} + \vec{E}_c)$$

ЭДС — электродвижущая сила, определяется как
$$\mathcal{E} = \int \vec{E}_c d\vec{l}$$

Сторонние силы не потенц. и работа их по перемещению заряда по замкнутому контуру отлична от нуля

$$A = \oint \mathcal{E}$$

Работа перемещения сил по замкн. конт. = 0

$$Q = \oint \mathcal{E} \quad \text{— закон сохранения энергии для цепи, соедин. ЭДС}$$

(Количество теплоты, выдел. во всей цепи, равно работе сторонних сил)

44. Что такое линейный и объемный элемент тока

Если $\vec{j}$ — плотность тока, то $\vec{j} dV$ — объемный элемент тока

$$\vec{j} dV = \vec{j} \cdot S d\vec{l} = \vec{j} d\vec{l}, \quad \text{направл. } d\vec{l} \text{ совпадает с направл. тока.}$$

$\vec{j} d\vec{l}$ — линейный элемент тока

45. Запишите закон взаимодействия элементов тока — закон Ампера

Магнитное поле — поле, создаваемое движущимися зарядами и действующее на другие движущиеся заряды.

Символ характеризует магнитное поле в данной т. пространства — индукц. магн. поле $\vec{B}$

$\vec{B}$ — точечный вектор, т.е. сила Лоренца, действ. со стороны магн. поля на заряд q , движущийся со скоростью $\vec{v}$, равна

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Закон Ампера: совокупная сила, действующая со стороны магнитного поля на элемент $d\vec{l}$ проводника

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$$

$$\vec{F}_A = I \int [d\vec{l} \times \vec{B}]$$

46. Не противоречит ли закон Ампера 3-му закону Ньютона?

Нет, не противоречит.
Рассмотрим 2 проводника с токами I_1, I_2 .

$d\vec{F}_{12}$ — сила с к-м первым проводник действ. на определенный участок второго.

$d\vec{F}_{21}$ — — — — — второй — — — — — первого.

$$d\vec{F}_{12} = I_2 [d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1]$$

$$d\vec{F}_{12} = I_2 [d\vec{l}_2 \times d\vec{B}_1]$$

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \frac{[d\vec{l}_1 \times \vec{r}_1]}{r_1^3}$$

$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \frac{[d\vec{l}_2 \times \vec{r}_2]}{r_2^3}$$

$$d\vec{F}_{12} = \frac{I_2 \mu_0 I_1}{4\pi r^3} [d\vec{l}_2, [d\vec{l}_1, \vec{r}]] =$$

$$= \frac{I_1 I_2 \mu_0}{4\pi r^3} [d\vec{l}_2, [d\vec{l}_1, \vec{r}]]$$

$$d\vec{F}_{21} = - \frac{I_1 I_2 \mu_0}{4\pi r^3} [d\vec{l}_1, [d\vec{l}_2, \vec{r}]] = - d\vec{F}_{12}$$

III закон Ньютона выполняется!

47. Что такое вектор магнитной индукции поля. Запишите закон Био-Савара-Лапласа.

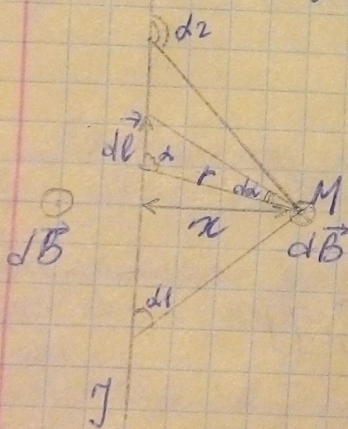
$\vec{B}$ - силовая характеристика магнитного поля в данной т. пространства; такой вектор это сила (Лоренца), действ. со стороны магнитного поля на заряд q , движущ. со скоростью $\vec{v}$, равна $\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$.

Закон Б-С-Л: Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ поля, создаваемого в точке M проводящим контуром L с током I в вакууме, равен

$$\vec{B}(M) = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}$$

$\vec{r}$ - вектор, проведен. из элем. $d\vec{l}$ в точку M ,
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ - магнитная постоянная

48. Величина индукции магнитного поля прямого бесконечного проводника с током.



Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}]$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

$$r = \frac{x}{\sin \alpha}, \quad dl \sin \alpha = r d\alpha = \frac{x d\alpha}{\sin \alpha}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \sin \alpha d\alpha$$

$$B = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

49. Линии магнитной индукции и их свойства

Линии магн. индукции — линии, касат. к которым в данной точке совпад. по направл. с вектором магн. индукции $\vec{B}$ в этой точке.

Согласно закону Б-В-А, направление линий связано с направл. тока в проводнике и определяется по правилу правого винта. Линии непрерывны, замкнуты, не пересекаются, но их плотность будет о величине магн. индукции.

50. Сформулируйте т. о циркуляции магнит. индукции в интегр. и дифференц. формах

Для макроскоп. описания магн. поля в вакууме вводится вектор намагниченности

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V}, \quad \text{где } \vec{p}_m - \text{магнитн.}$$

моменты всех амперовых токов, оказавшихся внутри бесконечно малого объема ΔV .

(Магнитный момент контура $\vec{p}_m = I \int d\vec{S}$, $d\vec{S}$ — элементарный произвольн. пов. эле. S натянутой на контур, направл. по правилу правого винта отн. к напр. протекания тока)
(Согласно гипотезе Ампера частицы, из кот. состоит тело, можно рассматр. как множество контуров, обтекаемых амперовыми токами, связанными с орбитальным движением электронов)

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad - \text{вектор напряженности магн. поля}$$

Для достаточно слабых полей и близости
вспутывающей в природе все-в.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

(χ - магнитная восприимчивость в-ва)

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$$

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = (1 + \chi) \vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

μ - магнит. проницаемость в-ва.
П. о циркуляции:

В произвольной намагниченной среде циркуляция
вектора напряженности магн. поля $\vec{H}$ равна ал-
гебраич. сумме токов, пот. слагаются эти
потенциалы.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = J \quad \text{— интегральная форма}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint_L \vec{H} d\vec{l}}{\Delta S} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{J}{\Delta S} = \vec{J}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad \text{— дифференциал.$$

51. Сформулируйте т. Гаусса для магн. поля в
интегральной и дифференц. формах.

Из закона Б-С-А.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \text{rot} \int_L \frac{d\vec{l}}{r}$$

Всякое векторн поле $\vec{A} = \frac{\mu_0 J}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{l}}{r}$, т.е. $\text{rot } \vec{A} = \vec{B}$,
назв. вектор - потенциал.
магн. поле

$$\text{div } \vec{B} = \text{div rot } \vec{A} = 0$$

$$\text{div } \vec{B} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} \cdot d\vec{S}}{\Delta V} \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Интегральная форма: поток вектора магн. инд. через V замкн. пов-ть равен 0:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

в дифференц. форме: $\text{div } \vec{B} = 0.$

62. Что такое векторный потенциал. Как он связан с магн. индукцией. Условие нормирования.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[d\vec{\ell}, \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \text{rot} \int_L \frac{d\vec{\ell}}{r}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{\ell}}{r} - \text{векторный потенциал.}$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

$\Rightarrow \vec{A} + \nabla m$ - тоже векторн. потенц.
где m - V непрерыв. диф-ал скалярн. ф-я

Гамма-функция (нормировка - ?) векторного потенциала. Условие нормирования. Но вспомнить векторы. потенциал. магн. поле для решения тех или иных физ. задач.

Кулоновская нормировка: $\text{div } \vec{A} = 0.$

(для магнитостатич. задач)

$$\text{Нормировка Лоренца} \quad \text{div } \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0,$$

(?)

где φ - электростат. потенциал.
(для решения динамич. задач)

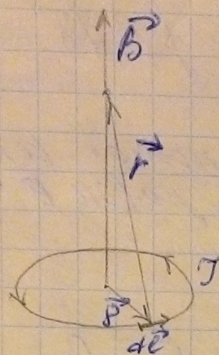
нормировка не нужна

Симметрич. нормировка $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}.$

53. Тему равно индукция магнитного поля тесного витка с током.

Найдем инд. магн. поле в точке, расположенной на перпендикуляре к плоскости витка, рассматривая ее как элемент.

R - радиус
кольца



Закон Б-О-д.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$r = \sqrt{R^2 + z^2} = \text{const.}$$

$\vec{r} = R\vec{z} - \vec{s}$, где $\vec{k}$ - единичн. вект. нормали к плоскости кольца

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^3} \oint_L [\vec{dl}, (R\vec{z} - \vec{s})] = \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^3} \left(\oint_L [\vec{dl}, R\vec{z}] + \oint_L [\vec{s}, \vec{dl}] \right) \end{aligned}$$

Вдоль пути интегрир. $R\vec{z} = \text{const} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \oint_L [\vec{dl}, R\vec{z}] = 0, \text{ т.к. } \oint_L \vec{dl} = 0.$$

$$\oint_L [\vec{s}, \vec{dl}] = 2\vec{k}\pi R^2 = 2\vec{s}$$

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \vec{k}$$

54. Тому равно силе и момент сил, действующее на элементарный ток в магнитном поле

Элементарный ток - электр. ток в замкнутой элементарной контуре (малых размеров)

$$\vec{M} = I \oint_L [\vec{r}, [\vec{dl}, \vec{B}]] = [\vec{r}_m, \vec{B}]$$

в однородн. поле (?)

Ток действует момент сил контур стремится занять устойчивое положение, т.е. повернуться так, чтобы момент стал равен нулю

При этом $\vec{F} =$

Длине

55. В осевом направлении

F

Так скорость то сна направл. ради.

Если v в осевом направлении (длина)

56. Средняя сила

Явление том, что все замкнутые контуры

Закон контура потока знаков

Дифференциал

При этом вектор $\vec{r}_m$ становится сонаправлен с $\vec{B}$

$$\vec{F} = I \oint [d\vec{e}, \vec{B}] = 0 \leftarrow \text{для однородн. маг.}$$

Для неоднородного $\vec{F} = \text{div}(\vec{r}_m, \vec{B})$

55. Сила Лоренца и характер движения заряда в постоянном электрическом и магнитном полях

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Так как сила Лоренца направл. перпендикуляр скорости частицы (по определ. векторн. произв.) то она не меняет модуль скорости, но меняет направление $\Rightarrow$ частица будет двигаться по спирали.

Если частица с зарядом q движется со скор. v в однородн. магн. поле, на нее будет действ. постоянная сила $\vec{F} = q\vec{E}$ - центробежная, идентичная по силе тела, брошенного под углом к горизонту (движется по параболе)

56. Сформулируйте закон электромагн. индукции Фарадея и правило Ленца

Явление электромагнитной индукции заключается в том, что изменение магнитного потока, пронизывающего замкнутый проводящий контур, порождает в этом контуре ЭДС (индукцию)

Закон Фарадея: ЭДС электромагн. индукции в контуре равна скорости изменения магнитн. потока через контур, взятой с противоположным знаком.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Дифференциальная формулировка:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} d\vec{l} \quad \varphi = \oint \vec{B} d\vec{S} \quad (\text{м. потока})$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \oint \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = \oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B} d\vec{S} = - \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

где $\vec{B}$ — индукция магнитного поля,
 $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, создаваемого этим магнитным полем.

Правило Ленца: индукционный ток всегда направлен так, что его действие противодействует действию причины, его порождающей.

57. В чем заключается явление самоиндукции

Рассмотрим 2 проводящих контура. 1 по первому течет ток I_1 , он создает в окружающем пространстве магнитное поле, индукция которого пропорциональна I_1 . $\Rightarrow$ магнитный поток через второй контур будет также пропорционален I_1 .

$L_{12} = \frac{\Phi_2}{I_1}$ — коэф. пропорц. между силой тока в первом конт. I_1 и магн. потоком через второй контур Φ_2 . (коэффициент взаимной индукции)

$$L_{12} = L_{21} \quad (\text{св-во симметрии})$$

Магнитный поток через проводящий контур может создаваться током, протекающим по этому же контуру.

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad \text{— коэффициент}$$

самоиндукции (индуктивность)

Самоиндукция — явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении

протекающего (при изменении тока согласно ЭДС индукции)

58. Что такое

ЭДС самоиндукции? Это ЭДС, возникающая в контуре при изменении тока.

59. Чему

равна энергия магнитного поля? При возникновении тока в контуре затрачивается энергия.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = - L \frac{dI}{dt}$$

$$dW = \mathcal{E} dQ = - L dI dQ$$

$$W = \int_0^I L dI$$

Энергия

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

$$+ \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

коэффициенты Φ_1, Φ_2 — токами

протекающей через контур тока
(При увеличении тока пропорционально
меняется магн. поток, изменение магн. потока
согласно закону Фарадея, приведет к появлению
ЭДС индукции)

58. Что характеризует коэффициент самона-
дукции (индуктивности).

Коэф. самонад. — коэффициент пропорц. между
силой тока I в контуре и магнитным потоком
 Φ через этот контур, создаваемым этим то-
ком $L = \frac{\Phi}{I}$

59. Чему равна собственная энергия проводника с
током I и энергия системы замкнутых токов.

При увеличении тока в замкнутой цепи в ней
возникает Э самонадукции. Работа по переме-
щению заряда против этой ЭДС идет на увеличе-
ние энергии

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = LI$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$dW = -\int A = -\mathcal{E} I dt = L \frac{dI}{dt} \cdot I dt = LI dI$$

$$W = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

Энергия системы замкнутых токов I_1 и I_2 :

$$W = \frac{1}{2} (I_1 \Phi_1 + I_2 \Phi_2) = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

где L_1, L_2, L_{12} — индуктивности и

коэффициенты взаимной индукции собо́ток,
 Φ_1, Φ_2 — потоки, создаваемые в контурах I_1 и I_2
токами (включая собственный)

Собств. энергия $W = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$

Энергия системы $W = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2$

60. Запишите формулы для энергии магнитного поля и ее объемной плотности

$$\begin{aligned} W &= \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{I}{2} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{I}{2} \int_S \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S} = \frac{I}{2} \int_V \vec{A} \cdot d\vec{J} = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \vec{J} \cdot \vec{A} dV = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \text{rot } \vec{H} dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \vec{H} \cdot \text{rot } \vec{A} dV - \frac{1}{2} \int_V \text{div} [\vec{A}, \vec{H}] dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \vec{H} \cdot \vec{B} dV - \frac{1}{2} \int_S [\vec{A}, \vec{H}] \cdot d\vec{S} = \frac{1}{2} \int_V \vec{H} \cdot \vec{B} dV = \int W dV \end{aligned}$$

$$W = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2}$$

$$W = \int_V W dV$$

При преобразовании использовались формулы:

$$\begin{aligned} \text{div} [\vec{a} \times \vec{b}] &= \vec{b} \cdot \text{rot } \vec{a} - \vec{a} \cdot \text{rot } \vec{b} \\ \vec{a} \cdot \text{rot } \vec{b} &= \vec{b} \cdot \text{rot } \vec{a} - \text{div} [\vec{a} \times \vec{b}] \end{aligned}$$

61. Молекулярные токи и вектор намагниченности

Согласно гипотезе Ампера, частицы, из кот. состоит тело, можно рассматривать как малые контуры, обтекаемые молекулярными (амперовыми) токами, связанными с орбитальным движением электронов.

Тело, помещенное в магнит. поле, намагничивается и создает собственное магнитн. поле, кот. накла-

двигается на рисунке по принципу суперпозиции
возникновение этого поля можно объяснить
ориентацией контуров с микромер. токами во внеш-
ней магнитн. поле.

Для макроскопического описания магнитн. поля
в вакууме вводится усредненная по объему величина
его характеристика - вектор намагниченности

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{p}_{m,i}}{\Delta V},$$

где $\vec{p}_{m,i}$ - магн. моменты всех молекул, токов,
оказавшихся внутри бесконечно малого объема ΔV .

62. Дайте определение вектора напряженности
магн. поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad \text{где } \vec{B} - \text{вектор магн. индукции,}$$

$\vec{J}$ - вектор намагниченности.

Для достаточно слабых полей и безмагнетизма среды
оказавшейся в природе велич. $\vec{J} = \chi \vec{H}$ (χ - магнит-
ная восприимчивость в-ва)

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \mu = 1 + \chi - \text{магнитн.}$$

прониц. велич. в-ва

63. Сформулируйте т. о циркуляции вектора
напряж. магн. поля (в интегр. и дифференц. форме)

$$\oint_L \vec{H} d\vec{e} = J - \text{интегральная форма}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} - \text{дифференциальная}$$

(В проводящей намагниченной среде циркуляция
вектора напряженности магн. поля $\vec{H}$ равна алге-
браической сумме токов, кот. охватываются этим
контуром)

64. Запишите материальное уравнение для магнитного поля. Что характеризуют магнитная восприимчивость и проницаемость вещ-ва.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad (*)$$

χ - магнитная восприимчивость - безразмерная величина, характеризующая связь между магнитным моментом (магнитностью) вещ-ва и магнитным полем в этом вещ-ве.

По своим магнитным св-вам вещ-ва делятся на диамагнетики ($\chi < 0$, $\mu < 1$, $\vec{J}$ и $\vec{B}$ ориентированы противоположно),

парамагнетики ($\chi > 0$, $\mu > 1$, $\vec{J}$ и $\vec{B}$ ориентированы в одном направлении),

ферромагнетики (в них $\mu \gg 1$, линейная зависимость между $\vec{J}$ и $\vec{B}$ нарушается, равенство $(*)$ выполняется лишь приближенно).

Магнитная проницаемость μ - величина, характеризующая магнитные св-ва вещ-ва, она зависит от рода вещ-ва и его состояния (напр., температуры).

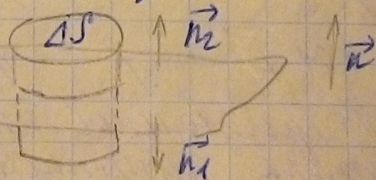
65. Граничные условия для векторов напряженности и индукции магн. поля.

Из свойства соленоидальности магнитного поля ($\oint \vec{B} d\vec{l} = 0$) следует, что на границе

раздела 2-х сред с различными значениями μ нормальные составляющие вектора $\vec{B}$ непрерывны.

$$B_{n1} = B_{n2}$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = B_{2n} \Delta S - B_{1n} \Delta S = 0 \Rightarrow B_{2n} = B_{1n}$$



68. Запишите граничные условия для векторов напряженности и индукции магн. поля.

(4)

(3)

(2)

т.к. $\vec{B} = \mu_0 n \vec{H} \Rightarrow \frac{H_1}{H_2} = \frac{H_2}{H_1}$

По т. о циркуляции ($\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \vec{j}$) в отсутствие на границе раздела поверхностных токов проводимости $H_{1\tau} = H_{2\tau}$.

Итак, $B_{1\tau} = B_{2\tau}$, $H_{1\tau} = H_{2\tau}$.

66. Что такое ток смещения

Ток смещения - величина, пропорциональная скорости изменения переменного электрич. поля в диэлектрике или в вакууме

$$\vec{j} = \frac{d\vec{D}}{dt}$$

Также, как и ток проводимости, ток смещения порождает магнитное поле.

67. Запишите уравнения Максвелла в дифференциальной форме

(1) $\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}$ - зависимость вихря (ротора) магнитного поля от тока проводимости и тока смещения (т.о. циркуляции)

(2) $\text{rot } \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$ - закон электромагнитной индукции

(3) $\text{div } \vec{B} = 0$ - диф-ная форма т. Гаусса ($\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$, $\text{div rot } \vec{A} = 0$)

(4) $\text{div } \vec{D} = \rho$ - диф-ная форма т. Гаусса

68. Запишите уравнения Максвелла в интегральной форме

(1) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

(3) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

(2) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

(1) $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{j} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \cdot d\vec{S}$

(1): полный электр. ток свободных зарядов и изменение потока электр. индукции через незамкнутую пов-ть S пропорционален циркуляции магнитного поля на замкнутой контуре L , кот. явл. границей пов-ти S .

(2): изменение потока магнитной индукции, проходящ. через незамкн. пов-ть S , равнос обратным знаком, пропорционально циркуляции электр. поля на замкнутой контуре L , кот. явл. границей пов-ти S .

(3): Поток магнитной индукции чрез V замкнутую поверхность $= 0$ (это означает, что не $\exists$ магнитных зарядов)

(4): Поток электр. индукции чрез V замкнутую пов-ть S пропорционален количеству свободного заряда, находящегося в объеме V , кот. окружает пов-ть S .

69. Сколько решений имеет система уравнений Максвелла? Ответ обосновать.

Уравнения Максвелла образуют незамкнутую систему (4 уравнения, 6 неизвестных — ? Не знаю, что значит "незамкнутая система") поэтому эта система имеет бесконечно много решений.

Чтобы получить замкнутую систему, из следует дополнить материальными уравнениями, связывающими свойства среды и связывающими между собой векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$, $\vec{B}$ и $\vec{H}$, $\vec{J}$ и $\vec{E}$

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E}, & \vec{B} &= \mu \vec{H}, & \vec{J} &= \lambda (\vec{E} + \vec{E}_{ст}) \\ & & & & \uparrow & \\ & & & & ??? & \end{aligned}$$

70. Дать для вектора

мощности, работы, времени

$W =$
средняя
радиус
 ϵ
волны

71. По

$\left\{ \begin{array}{l} ro \\ ro \\ d \\ d \end{array} \right.$

из (2)

$= - \frac{\partial}{\partial t}$

$rot rot$

70. Дайте определение и запишите выражение для вектора Умова - Пойнтинга

Вектор Умова - Пойнтинга характеризует мощность потока энергии электромагнитной волны, т.е. энергию, переносимую волной за единицу времени через единичную площадь, перпендикулярную направлению распространения волны.

$$\vec{P} = [\vec{E}, \vec{H}] = W \vec{n}, \text{ где}$$

$W = \epsilon \epsilon_0 E^2$ - объемная плотность энергии, $\vec{n}$ - единичный вектор, задающий направление распространения волны, c - скорость распространения электромагн. волны.

71. Получите волновое уравнение из системы уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{d\vec{D}}{dt} & (\text{нет свободн. зарядов?}) \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} & (2) & (\text{Рассмотрим}) \\ \text{div } \vec{B} = 0 & & \text{однородную нейтральную проводящую систему)} \\ \text{div } \vec{E} = \rho = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{из (2)} \quad \text{rot rot } \vec{E} &= -\text{rot } \frac{d\vec{B}}{dt} = -\frac{d}{dt} \text{rot } \vec{B} = \\ &= -\frac{d}{dt} \mu \mu_0 \frac{d\vec{D}}{dt} = -\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} = -\frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \end{aligned}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

↑
оператор Лапласа

$$\Delta \vec{E} = - \left(\frac{\epsilon \mu}{c^2} \right) \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}$$

$\frac{1}{v^2}$, где v - скорость распространения волны

72. Что такое плоская волна.

Электромагнитные волны - распространяющиеся в пространстве возмущения (изменение составляющих) электромагнитного поля.
Плоская волна - это волна, фронт которой имеет форму плоскости (фронт - это поверхность, до которой дошли колебания к данному моменту времени).

Плоская непоглощаемая электромагнитная волна имеет следующий вид:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx) \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx),$$

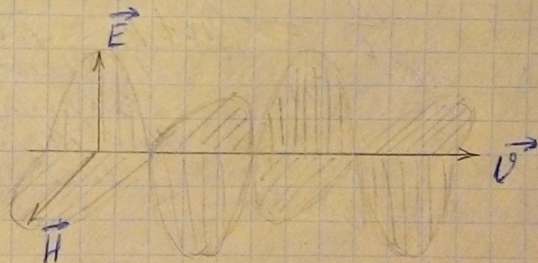
где $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ - амплитудные значения напряженности электрич. поля и магнитн. поля, ω - круговая частота волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число, λ - длина волны.

Из уравнений Максвелла $\Rightarrow$ электр. и магнитное поля плоской непоглощаемой волны связаны соотношением:

$|\vec{E}| = |\vec{H}|$, $\vec{E} \perp \vec{H}$, $\vec{E}, \vec{H}$ и $\vec{k}$ образуют правую тройку векторов. $\vec{k}$ - единичный вектор, задающий направление распространения волны.

73. Нарисуйте взаимную ориентацию векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и волнового вектора в плоской волне. Поляризация электромагнитной волны.

Положим векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и волновой вектор (вектор, указывающий направление распространения электромагн. волны) образуют правую тройку векторов.

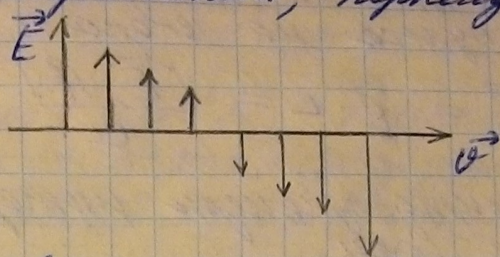


Колебания электрического и магнитного полей происходят в одинаковой фазе (они одновременно достигают минимумов и максимумов).

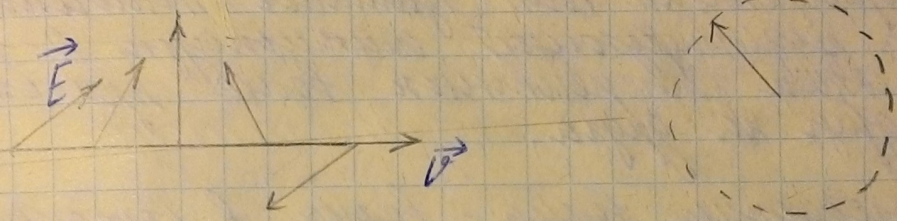
Поляризация электромагнитной волны - явление направленного колебания векторов напряженности $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

Поляризация может быть

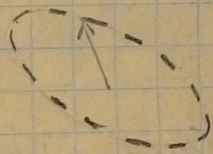
а) линейная - в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны



б) круговая - левая или правая



в) эллиптическая - промежуточный случай между круговой и линейной



74. Число равны плотность потока энергии и плотность потока импульса электромагнитной волны

Плотность потока энергии - это электромагнитная энергия, переносимая волной за единицу времени через поверхность единичной площади, перпендикулярную направлению распространения волны.

$$\vec{P} = \frac{\Delta W}{S \Delta t} = [\vec{E}, \vec{H}] = W c \vec{n}, \text{ где } W = \epsilon \epsilon_0 E^2 -$$

собственная плотность энергии, c - скорость распространения электромагнитной волны, $\vec{n}$ - единичный вектор заданный направлением распространения волны.

Плотность импульса электромагнитной волны:

$$\vec{p} = \frac{W}{v} \frac{\vec{v}}{c^2} = W \frac{\vec{v}}{c^2} = \frac{\vec{P}}{c^2} = \frac{[\vec{E}, \vec{H}]}{c^2}$$

72. Что такое плоская волна.

Электромагнитные волны - распространяющиеся в пространстве возмущение (изменение составляющих) электромагнитного поля.

Плоская волна - это волна, фронт которой имеет форму плоскости (фронт - это поверхность, до которой дошли возмущения к данному моменту времени).

Плоская монохроматическая электромагнитная волна - частный случай общего решения волнового уравнения:

$$\vec{E} = \vec{E}_A \cos(\omega t - k z) \quad \vec{H} = \vec{H}_A \cos(\omega t - k z),$$

где E_A и H_A - амплитудные значения напряженности электр. поля и магнитн. поля, ω - угловая частота волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число, λ - длина волны.

Из уравнений Максвелла $\Rightarrow$ для электр. и магнитного поля плоской монохромат. волны справедливы соотношения

$\vec{E} \perp \vec{H}$, $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{H} \perp \vec{k}$ $\Rightarrow$ $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{k}$ образуют правую тройку векторов. $\vec{k}$ - единичный вектор, задающий направление распространения волны.

73. Нарисуйте взаимную ориентацию полей векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и волнового вектора в плоской волне. Направленные электромагнитной волны.

Поле векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ и волновой вектор (вектор, указывающий направление распространения).

Плотность потока излучения - произведение мощности излучения на скорость распространения

$$\vec{P} = \vec{P} \cdot c = \frac{[E \cdot H]}{c}$$

75. Приведите примеры интерференции электромагнитных волн.

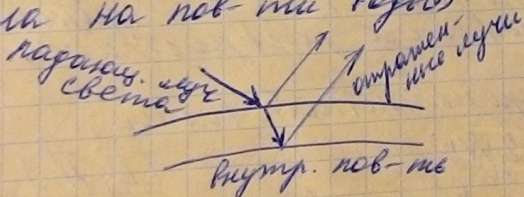
Интерференция волн - взаимное усиление или ослабление результирующей амплитуды 2-х или нескольких когерентных волн при их наложении друг на друга.

(Когерентные волны - волны, в которых разность фаз колеблется постоянно во времени и при сложении волн колеблется получающаяся колеблется с той же частотой)

Примеры:

1) Опыт Юнга - пучок когерентного света направляется на непрозрачный экран-щель с 2-мя прорезами, образуя кот. дифрактывается просветливый экран. Если ширина прорезов близка к длине волны, каждая из них действует как источник вторичных волн, которые достигают середины экрана синхронно и в одной фазе, что создает максимум яркости. При увеличении ширины прорезов интерференция исчезает.

2) Явление интерференции наблюдается в тонких слоях несмешивающихся жидкостей (керосин и масло на поверхности воды).



76. Излучение электромагнитных волн

Колебл. электр. и магн. полей

Волна, создаваемая током

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = c [\vec{B}]$$

$\vec{E}$ имеет вектором $\vec{r}$,

Излучение $\vec{r}$ и равно

Полная мощность

$$P =$$

Дипольный излучатель по закону $\vec{r}$

где τ - ка

Уменьшение

излучения элек

на применение

дипольный момент по закону:

$$P(t) = \frac{\omega^2}{120}$$

76. Излучение электромагн. волн диполем. Зависимость излучаемой мощности от частоты.

Полубогос. электр. диполь — система, образованная неподвижными точечными зарядами $+q$ и $-q$, расположенными относительно центра на расстоянии l .

Волна, создаваемая таким диполем с дипольным моментом $\vec{p}$ имеет вид:

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{c^3 r} [\ddot{\vec{p}}(t') \times \vec{e}_r], \quad \text{где } \vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{E} = c [\vec{B} \times \vec{e}_r]$$

$\vec{E}$ лежит в плоскости, образованной $\vec{p}$ и радиус-вектором $\vec{r}$, $\vec{B}$ перпенд. ей.

Излучение максимумно в направлении, перпенд. к $\vec{p}$ и равно 0 вдоль $\vec{p}$.

Полная мощность, излучаемая диполем

$$P = \frac{\langle \dot{\vec{p}}^2 \rangle}{6\pi\epsilon_0 c^3}, \quad \text{где } \langle \rangle - \text{усреднение по времени}$$

Дипольный момент изменяется с частотой ω по закону $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \omega_0 t$,

где τ — характерное время затухания.

Уменьшение энергии диполя происходит за счет излучения электромагн. волн, амплитуда волн изменяется по тому же закону, что и дипольный момент. Тогда мощность изменяется по закону:

$$P(t) = \frac{\omega_0^4 p_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^3} e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

77. Дайте определение квазистационарных электромагнитных процессов

Квазистационарный процесс — процесс, протекающий в огранич. системе так быстро, что за время распространения этого процесса в пределах системы ее состояние не успевает измениться. Поэтому при рассмотрении процесса можно пренебречь временем его распространения в пределах системы.

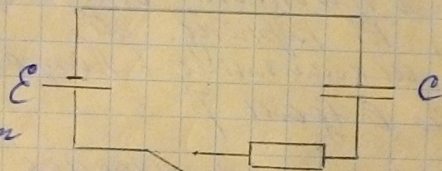
В квазистационарных электромагнитных процессах относятся процессы, в которых можно пренебречь токами смещения.

78. Приведите примеры расчета тока в электрич. цепи при переходных процессах (RC- и RL- цепи)

1) RC-цепь.

$$I(0) = 0$$

кнопка замыкается



$$U_C = \frac{q}{C} \text{ — падение напряж. на конденсаторе}$$

$$U_R = IR \text{ — падение напряж. на резисторе}$$

$$E = \frac{q}{C} + IR \text{ — правило Кирхгофа}$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$E = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt}$$

$$q = Ec + c'e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow c' = -Ec$$

$$q = Ec - Ec e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{q}{C} = -R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$q_{\text{срн.}} = c'e^{-\frac{t}{RC}}$$

2) RL-
 $I(0) = 0$
кнопка замыкается

$$E = IR + L \frac{dI}{dt}$$

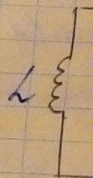
$$I = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{L/R}}$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{dt}{L/R}$$

$$I = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{L/R}}$$

79. Собственная частота колебаний

Колебательная цепь с соединенными конденсатором и катушкой индуктивности



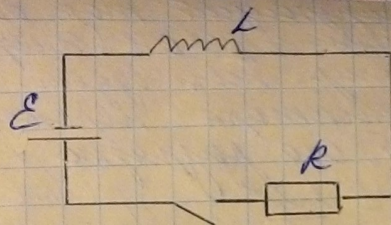
Энергия, запасенная в конденсаторе, переходит в энергию магнитного поля катушки

При соединении за разность потенциалов в катушке возникает ток. В момент времени, когда ток равен нулю, энергия сосредоточена в конденсаторе.

2) RL - цепь

$$I(0) = 0$$

ключ замыкают



$$\mathcal{E} = IR + L \frac{dI}{dt}$$

$$I = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}$$

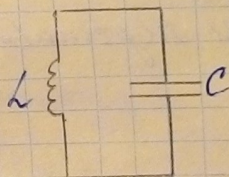
$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt \Rightarrow I_{\text{общ}} = c e^{-\frac{Rt}{L}}, \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R} + c e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$I(0) = 0 \Rightarrow c = -\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} + c e^{-\frac{Rt}{L}}$$

7.9. Собственные колебания в колебательном контуре

Колебательный контур - электрич. цепь, содержащая соединенные катушку индуктивности и конденсатор. В такой цепи могут возникнуть колебания тока



И конденсатор заряжен до напряжения U_0
Энергия, запасенная в конденс. = $E_c = \frac{CU_0^2}{2}$

При соединении конденсатора с катушкой из-за разности потенциалов на обкладках конденсатора в цепи потечет ток I , что вызовет в катушке ЭДС самоинд., направл. на уменьшение тока. Ток, вызванный этой ЭДС в нач. момент будет равен току разряда конденсатора

т.е. этот результирующий ток будет $= 0$ В
 Затем момент $E_L = 0$ (энергия катушки)
 энергии конденсатора перейдет в катуш-
 ку до полной его разрядки. В этот момент
 $E_C = 0$, $E_L = \frac{L I_0^2}{2}$, I_0 - максим. знач. тока
 после этого начнется перезарядка конденса-
 тора, и т.д.

Напряжение, возник. в катушке при изме-
 нении протекающего тока, равно

$$U_L = -L \frac{dI_L}{dt}$$

Ток, вызванный изменением напряж. на
 конденсаторе

$$I_C = C \frac{dU_C}{dt}$$

$U_L = U_C$, $I_L = I_C$ (т.к. напряж. в катушке
 возникает в следствие его падения на конденс.
 ток, вызванный конденсатором, проходит через
 катушку)

Возно из ур-я дифференц. и подстав. во 2-е:

$$\frac{L^2 I^2}{2t^2} + \frac{I^2}{2C} = 0 -$$

это уравнение свободных колебаний в колеб. кон-
 туре. Решение:

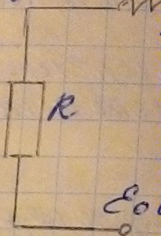
$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - циклическая частота,

I_0 - амплитуда колебаний, φ - нач. фаза.

80. Возникнет ли
 под действием
 Ферми

Выводим
 если в не
 закону синус



По 2-ому закону

$$-U_L + U_R + U_{E_0} = 0$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + E_0 = 0$$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I + \frac{E_0}{L} = 0$$

$$I_0 = \frac{E_0}{R}$$

амплитуда

$$\tan \varphi = \frac{X_L}{R}$$

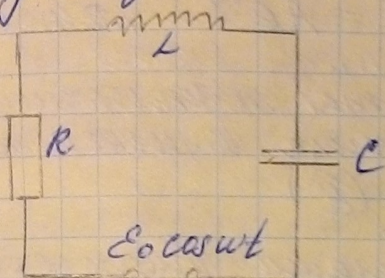
Закон изменения

81. Опините и
 амплитуду (отм

Гамма-квант
 который равн
 колебаний, н

80. Вынужденные колебания в колебл. контуре
под действием гармонич. см.
Формулы для амплитуды и фазы.

Вынужденные колебания возникают в контуре, если в него ввести ЭДС, изменяющ. по закону синуса или косинуса.



По 2-ому правилу Кирхгофа:

$$-U_L + U_R + U_C = E_{\text{внеш}}.$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = E_0 \cos \omega t$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2p \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{E_0}{L} \cos \omega t$$

$$q_0 = \frac{E_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4p^2 \omega^2}}, \quad U = \frac{q}{C} = \frac{E_0 \cos(\omega t + \varphi)}{LC \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4p^2 \omega^2}}$$

амплитуда

$$\tan \varphi = \frac{2p\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad - \text{фаза}$$

Закон изменения тока: $I = \frac{dq}{dt} = \frac{\omega E_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi)}{LC \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4p^2 \omega^2}}$

81. Введите и охарактеризуйте метод комплексных амплитуд (описание, особенности, пример)

Комплексная величина модуль и аргумент которой равен соотв. амплитуде и нач. фазе колебания, назыв. комп. амплитудой

Т.к. над выражениями вида $Ae^{i\omega t + \varphi}$ удобно производить арифм. операции, то можно представить i виде

$$a(t) = \operatorname{Re}(Ae^{i(\omega t + \varphi)}) = \operatorname{Re}(Ae^{i\varphi}e^{i\omega t}) = \operatorname{Re}(\hat{A}e^{i\omega t}),$$

где $\hat{A} = Ae^{i\varphi}$ - комплексная амплитуда

Тогда образом вводятся комплексные амплитуды $\hat{U}$ с источником и ток $\hat{I}$.

Используя обобщенные правила Фурье можно составить сист. ур-ний для комплексных амплитуд:

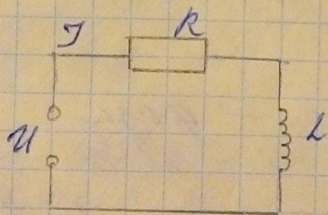
$$\hat{U}_R = \hat{I}R \quad \hat{U}_C = \hat{I}/i\omega C, \quad \hat{U}_L = \hat{I}i\omega L,$$

$$\text{или } \hat{U} = \hat{I}Z, \text{ где } Z_R = R, \quad Z_C = 1/i\omega C, \quad Z_L = i\omega L$$

Z - комплексное сопротивление (импеданс) соответствующего эл-та.

Уравнения составляются точно так же, как для цепи постоянного тока

Пример:



$$Z_{RL} = Z_R + Z_L = R + i\omega L$$

$$\hat{U} = \hat{I}Z_{RL} = \hat{I}(R + i\omega L)$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R + i\omega L} = \frac{Ue^{i\varphi_U}}{R + i\omega L}$$

$$\gamma = |\vec{I}| = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\varphi_{\gamma} = \varphi_u - \arctg(\omega L / R)$$

$$(т.к. R + i\omega L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} e^{+i \arctg \frac{\omega L}{R}})$$

82. Это такое эффективное значение силы тока и напряжения. Запишите формулу для мощности переменного тока.

Эффективный ток / напряжение — это величина постоянного тока / напряжения, действие которой равнодействует таковой же работе, что и рассматриваемый ток / напряжение за время одного периода.

Мощность переменного тока:

$$I U = U_0 \cos \omega t, \quad I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

$$(U(0) = 0, \quad I(0) = -I_0 \sin \varphi)$$

Энергия, выделяемая за время Δt :

$$\Delta W = U_0 I_0 \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \sum \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi \Delta t - \sum \frac{I_0 U_0}{2} \cos(2\omega t - \varphi) \Delta t \Leftarrow$$

Интегрирование по периоду дает 0, т.к. посылку периода $\cos$ имеет полный цикл, а посылку — отриц.

$$\Leftarrow \frac{U_0 I_0}{2} T \cos \varphi$$

$$P = \frac{W}{T} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi$$

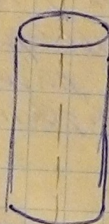
$$P = \frac{1}{2} U_{\text{эф}} \cdot I_{\text{эф}} \Rightarrow U_{\text{эф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad I_{\text{эф}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

§3. В чем заключается скин-эффект. Чем равна толщина скин-слоя в проводнике данной частоты. Зависимость толщины скин-слоя от частоты.

Скин-эффект — эффект усиления амплитуды электромагн. волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды. В результате этого эффекта переменный ток высокой частоты при протекании по проводнику распределяется не равномерно по сечению, а преимущественно в поверхностном слое.

Объяснение:

Рассмотрим цилиндр проводник, по которому течет ток.



Силки магн. поля этого проводника есть концентрич. окружн. с центром на оси проводн. В рез-те увелич. силы тока возраст. индукц. магн. поля, деструк. силки магн. поля.

Поэтому в каждой точке внутри проводника $\vec{dB}$ направл. по касат. к силкам индукц.

магн. поле $\Rightarrow$ линии $\vec{dB}$ — тангенс окружности, совпад. с линиями индукц. магн. поля.

По закону электромагн. индукции $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\vec{dB}}{dt} \Rightarrow$ возникает электр. индукция

индукционное поле, силки линии которого представляют замкнутые кривые вокруг линии индукц. магн. поля.

$\vec{E}$ в более близких к оси областях направл. противоположно $\vec{B}$, в более дальних — совп. равен с $\vec{B}$. $\Rightarrow$ плотность тока уменьшается в присоедин. обл. и увеличивается вблизи поверхности проводника.

Глубина скин-слоя — глубина, на кот. собственная плотность тока становится в e раз меньше, чем на поверхности

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}}, \quad \begin{array}{l} \lambda - \text{удельн. проводимость,} \\ \mu - \text{магн. проницаемость,} \\ \omega - \text{частота} \end{array}$$

$$(\text{или } \Delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}} - \text{не знаю, что правильно})$$

Чем больше частота, тем меньше скин-слой.

Вывод: $\text{rot } \vec{B} = \vec{j} \mu$
 $\vec{j} = \lambda \vec{E}$

$$\text{rot } \frac{d\vec{B}}{dt} = \mu \lambda \frac{d\vec{E}}{dt}$$

$$-\text{rot rot } \vec{E} = \mu \lambda \frac{d\vec{E}}{dt}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0$$

↑ оператор Лапласа

$$\Delta \vec{E} = \mu \lambda \frac{d\vec{E}}{dt}$$

Ток течет только вдоль оси x . Тогда

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} = \mu \lambda \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$E_x(y, t) = E_0(y) e^{i\omega t} \Rightarrow \frac{d^2 E_0}{dy^2} = i\lambda \mu \omega E_0$$

$$E_0 = A_1 e^{-\sqrt{\frac{\lambda \mu \omega}{2}} y} e^{-i\sqrt{\frac{\lambda \mu \omega}{2}} y} + A_2 e^{\sqrt{\frac{\lambda \mu \omega}{2}} y} e^{i\sqrt{\frac{\lambda \mu \omega}{2}} y}$$

(Т.к. при $y \rightarrow \infty$ второе слагаемое $\rightarrow \infty$, что недопустимо, $A_2 = 0$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow E_0 = A_1 e^{-\sqrt{\frac{\lambda \mu \omega}{2}} y} e^{i(\omega t - \sqrt{\frac{\lambda \mu \omega}{2}} y)}$$

Возникла дилемма. Часть от этого впр-я и перейдем с помощью $\vec{J} = \Delta \vec{E}$ к плотности тока:

$$j_x(y, t) = j_0 A_1 e^{-\sqrt{\frac{\mu_0}{2}} y} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\mu_0}{2}} y)$$

т.к. $j_x(0, 0) = j_0 \Rightarrow A_1 = 0.$

$$\Delta = \sqrt{\frac{\mu_0}{2}}$$

84. Система уравнений Максвелла и преобразование Галилея.

Преобразование Галилея: если инерц. сист. отсчета (ИСО) S' движется относительно ИСО S с постоянной скоростью v вдоль оси x , тогда координат соответ. в наст. момент времени в обеих системах, то

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t.$$

Уравнения Максвелла не инвариантны относительно преобразования Галилея (? обобщение?)

$\approx$ т.к. волны распространяются со скоростью света, кот. постоянна во всех сист. отсчета

85. Постулаты теории относительности. Эксперимент Майкельсона-Морли.

Постулируется существование инерциальной системы отсчета — систем, в кот. пространство однородно и изотропно, а время однородно

Постулат 1 (принцип относительности Галилея):
в физич. явлении проявляется одинаково во
всех системах отсчета. (Физические законы
инвариантны относительно переходов $u \ll c$)

Постулат 2 (принцип постоянства скорости
света):

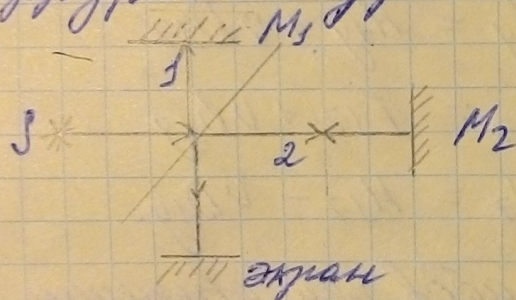
Скорость света одинакова во всех ИСО.

Эксперимент Майкельсона - Морли

Когда была получена система ур-ний Максвелла,
предполагалось, что электромагн. волны
распространяются в особой среде - эфире.

Эксп. Майкельсона - Морли был проведен с целью
подтвердить или опровергнуть существование эфира.

Они использовали интерферометр, прибор,
расщепляющий луч света надвое с помощью
полупрозрачного зеркала

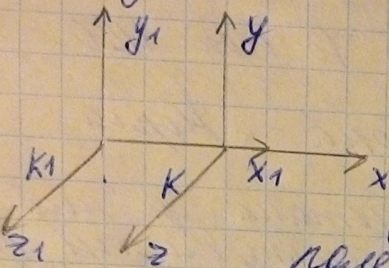


Лучи 1 и 2 распространяются под прямым углом,
после чего отражаются в 2 и равноудалены от
полупрозрачного зеркала. Зеркало-отражателем
 M_1 и M_2 и возвращая на полупрозрач. стекло, рефр.
тирующий луч света от кот. позволяет
наблюдать интерференц. картину и выявить
десинхронизацию лучей.

Согласно теории эфира существование
"эфирного ветра", вызванного движением Земли
по орбите вокруг Солнца, при кот. Земля
движется вокруг эфира, падает в одну нату,

налого в другом.
 Но Майкелсон и Морли в течение
 года не обнаружили сдвижений в интерферен-
 ции "ветра" $\Rightarrow$ нет никакого "эфирного

86. Преобразование Лоренца



Имеется 2 сист. отсчета K_1 и K и K движется
 относительно K_1 с постоянной
 скоростью v вдоль оси x
 При этом в K $\vec{E}$ электр.
 поле с напрям. $\vec{E}$ и магн.
 напряж. $\vec{H}$, а в K_1 - электр. поле с напр.
 напряж. $\vec{E}_1$ и индукцией $\vec{B}_1$ и магн. с
 напряж. $\vec{H}_1$ и индукцией $\vec{B}_1$.

Тогда

возможно,
 написать в виде:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned}$$

$$E_x = E_{1x}, \quad H_x = H_{1x}$$

$$\sqrt{1 - (v/c)^2} E_y = E_{1y} - v B_{1z}$$

$$\sqrt{1 - (v/c)^2} H_y = H_{1y} + v D_{1z}$$

$$\sqrt{1 - (v/c)^2} E_z = E_{1z} + v B_{1y}$$

$$\sqrt{1 - (v/c)^2} H_z = H_{1z} - v D_{1y}$$

87. Сокращение масштабов при движении.

Имеется длин l движется вдоль своей дли-
 ны со скоростью v относительно сист. отсч.
 Тогда в фиксир. момент времени
 расстояние l' между концами стержня

$$l' = \sqrt{1 - (v/c)^2} l$$

$$[т.к. \quad l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{l}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}]$$

88. Релятивистская инвариантность. Интервал

Релятивистская инвариантность — ст-во физ. законов сохранять свой вид при преобр. Лоренца

Интервал в теор. отн. — аналог расстоян. м/у событиями в пространстве-времени, являющийся обобщением евклид. расстояния м/у точками. Интервал не меняется при переходе от одной ИСО к другой. (он релятивистски инвариантен)

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2,$$

где s — интервал. Инвариантность доказывается посредством преобразований Лоренца.

89. Инвариантность уравнений электро-динамики (инвар. отн. преобр. Лоренца)

$$\partial^2 A^\alpha = \mu_0 j^\alpha,$$

где $A^\alpha = (\varphi/c, \vec{A})$ — четырехмерный вектор

$$(\varphi/c, \vec{A}) = (\varphi/c, A_x, A_y, A_z)$$

$j^\alpha = (c\rho, j_x, j_y, j_z)$, где ρ — объемн. плотн. заряда

$$\partial^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$$

90. Эффект Доплера

Эффект Доплера — изменение частоты и длины волн, регистрируемых приемником, вызванное движением источника и/или приемника.

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta},$$

где c — скор. света, v — скорость источн. относит. приемника, θ — угол м/у направл. на источник и вектором скорости v

Внимательно изучите источник.